

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,5.

10	-	0	,	5															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

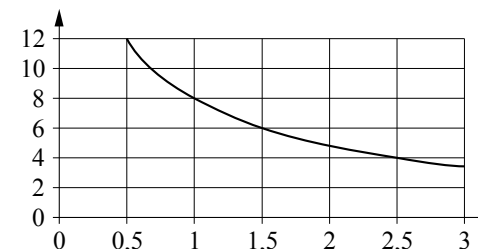
*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**Часть 1**

- 1** В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 июля составляли 175 куб. м воды, а 1 августа — 183 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за июль, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 20 руб. 50 коп.? Ответ дайте в рублях.

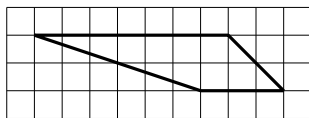
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя: чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На графике показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На горизонтальной оси отмечено сопротивление в омах, на вертикальной оси — сила тока в амперах. Определите по графику, на сколько омов увеличилось сопротивление в цепи при уменьшении силы тока с 8 ампер до 4 ампер.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

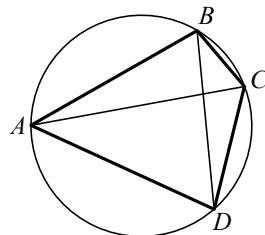
- 4 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Мотор» по очереди играет с командами «Статор», «Стартер» и «Ротор». Найдите вероятность того, что «Мотор» будет начинать с мячом только вторую игру.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{57 - 7x} = 6$ .

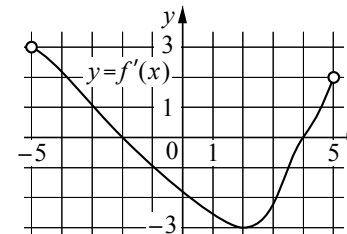
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $102^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $46^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



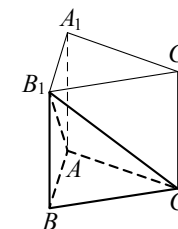
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 5)$ . Найдите точку минимума функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины  $A, B, C, B_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 8.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

## Часть 2

9 Найдите значение выражения  $2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \sin^2 \frac{7\pi}{12}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 1,25 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$ , где  $p$  — давление в газе (в Па),  $V$  — объём газа (в  $\text{м}^3$ ),  $k = \frac{4}{3}$ . Найдите, какой объём  $V$  (в  $\text{м}^3$ ) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $2 \cdot 10^5$  Па.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Имеется два сплава. Первый содержит 15% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 140 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите точку максимума функции  $y = 2x^2 - 25x + 39 \cdot \ln x - 54$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2 \log_{0,75}^2(\sin x) + 3 \log_{0,75}(\sin x) - 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

14 В пирамиде  $SABC$  известны длины рёбер:  $AB = AC = \sqrt{29}$ ,  $BC = SA = 2\sqrt{5}$ ,  $SB = SC = \sqrt{13}$ .

а) Докажите, что прямая  $SA$  перпендикулярна прямой  $BC$ .

б) Найдите угол между прямой  $SA$  и плоскостью  $SBC$ .

15 Решите неравенство  $\frac{2^{x+5} - 2^{-x}}{2^{3-x} - 4^{-x}} \geq 2^x$ .

16 Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины сторон  $AB$  и  $CD$  соответственно. Окружность проходит через точки  $B$  и  $C$  и пересекает отрезки  $BM$  и  $CN$  в точках  $P$  и  $Q$ , отличных от концов отрезка, соответственно.

а) Докажите, что точки  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$  лежат на одной окружности.

б) Найдите  $PM$ , если отрезки  $AQ$  и  $BQ$  перпендикулярны,  $AB = 15$ ,  $BC = 1$ ,  $CD = 17$ ,  $AD = 9$ .

- 17 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — **целое** число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
  - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,8S$	$0,6S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн рублей.

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 3|x + a| + |x^2 - x - 2|$$

меньше 2.

- 19 Готовясь к экзамену, Вася и Петя решали задачи из сборника, и каждый из них решил все задачи этого сборника. Каждый день Вася решал на одну задачу больше, чем в предыдущий день, а Петя решал на две задачи больше, чем в предыдущий день. Они начали решать задачи в один день, при этом в первый день каждый из них решил хотя бы одну задачу.
- а) Могло ли получиться так, что каждый из них решил все задачи сборника ровно за 5 дней?
  - б) Могло ли получиться так, что каждый из них решил все задачи сборника ровно за 10 дней?
  - в) Какое наименьшее число задач могло быть в сборнике, если известно, что каждый из них решал задачи более 6 дней, в первый день Вася решил больше задач, чем Петя, а за семь дней Петя решил больше задач, чем Вася.



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**