

Задача 1. Строка Туе–Морса

Строка Туе–Морса — бесконечная последовательность из нулей и единиц, которая получается следующим образом. В начале последовательности записана цифра 0. Затем повторяются следующие действия: к уже выписанной части последовательности дописывается столько же символов, сколько уже выписано до этого, при этом цифры 0 меняются на 1, цифры 1 меняются на 0.

То есть к последовательности 0 будет дописана 1, получится 01. Затем к последовательности 01 будет дописана последовательность 10, получится 0110. Затем к ней будет дописано 1001, получится 01101001. Затем получится последовательность 0110100110010110 и т. д.

Выполните задания.

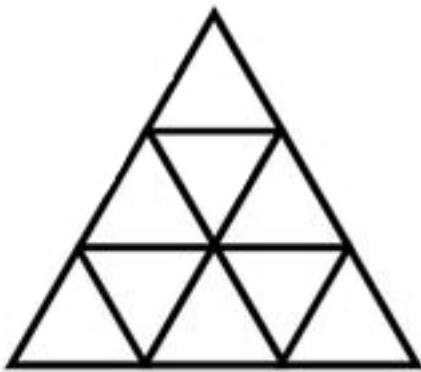
1. Выпишите 5 символов последовательности, начиная с 17-го символа (т.е. символы с 17-го по 21-й).
2. Выпишите 5 символов последовательности, начиная с 60-го.
3. Выпишите 5 символов последовательности, начиная с 100-го.
4. Выпишите 5 символов последовательности, начиная с 200-го.
5. Выпишите 5 символов последовательности, начиная с 2050-го.

Ответом на это задание является пять строк, каждая содержит ровно 5 символов «0» или «1» — ответы на задания 1 – 5. Если вы не можете дать ответ на какое-то задание, напишите в соответствующей строке пять любых символов «0» или «1».

Задача 2. Треугольник

Если нарисовать правильный треугольник со стороной n и разделить его на правильные треугольники со стороной 1, то получится n^2 маленьких треугольников.

Например, при $n = 3$ (см. рисунок) получится 9 маленьких треугольников.



А какая будет длина всех проведённых при этом линий? Например, при $n = 3$ длина всех линий равна 18.

Ответом на эту задачу является некоторое выражение, которое может содержать целые числа, переменную n , операции сложения (обозначаются «+»), вычитания (обозначаются «-»), умножения (обозначаются «*»), деления (обозначаются «/») и круглые скобки для изменения порядка действий. Запись вида « $2n$ » для обозначения произведения числа 2 и переменной n неверная, нужно писать « $2 * n$ ». Выражение вида « n^2 » нужно записывать с использованием операции умножения: « $n * n$ ».

Ваше выражение должно давать правильный ответ для любых n , например, для $n = 3$ значение выражения должно быть равно 18.

Пример правильной формы записи ответа:

$$(n + 1) * (n - 2) / 2$$

Задача 3. Гвоздики

В дощечку в ряд вбито 10 гвоздиков, таким образом, получилось 9 последовательных промежутков между ними. Длины промежутков (поряд, слева направо) оказались равны

7, 2, 8, 4, 3, 9, 5, 1, 6.

Между некоторыми соседними гвоздиками можно натянуть верёвочку, будем считать длину этой верёвочки равной длине промежутка. Вам необходимо привязать верёвочки так, чтобы к каждому гвоздику была привязана верёвочка хотя бы с одной стороны, при этом суммарная длина всех верёвочек была бы минимальной.

Ответ запишите в виде последовательности из 9 чисел, равных 0 или 1. Число 0 означает, что в соответствующем промежутке нет верёвочки, число 1 означает, что в этом промежутке есть верёвочка.

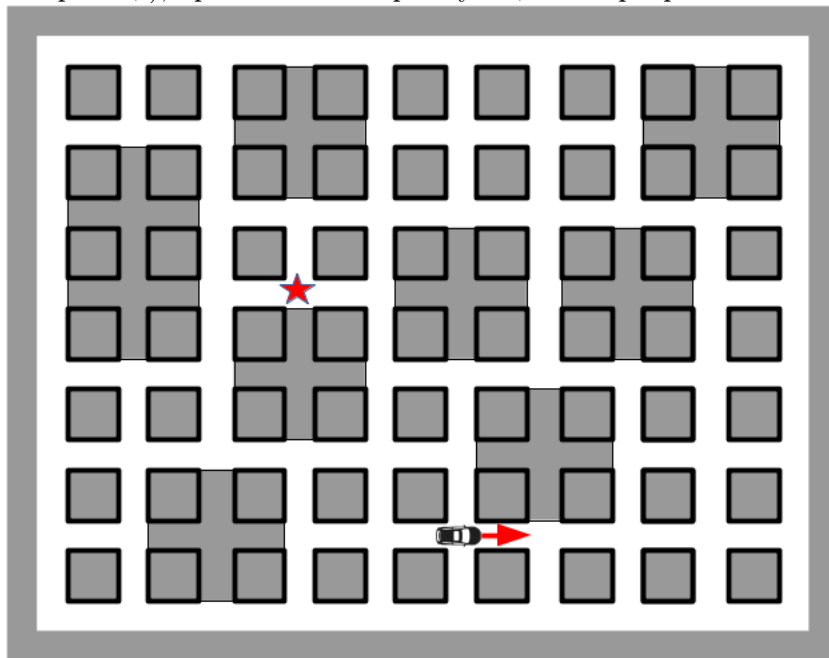
Условие, что к каждому гвоздику привязана хотя бы одна верёвочка, означает, что в ответе нет двух нулей подряд, а также, что первым и последним символом ответа является 1.

Например, пусть в задании было дано 5 гвоздиков и 4 промежутка длиной 1, 2, 3, 4. Длина верёвочек будет минимальной, если привязать верёвочки в промежутках 1, 2 и 4. Ответ тогда следовало бы записать в виде 1101.

Задача 4. Поворачиваем направо

Как известно, наиболее сложно при управлении автомобилем (на дорогах с правосторонним движением) поворачивать налево, поскольку при этом нужно пропускать автомобили, двигающиеся навстречу. Поэтому в некотором городе запретили все повороты налево, то есть на перекрёстках можно либо продолжить движение в том же направлении, либо повернуть направо. Разворачиваться и поворачивать налево на перекрёстках запрещено.

План города представляет собой прямоугольную сетку, в узлах сетки находятся перекрёстки, соединённые дорогами. Расстояние между перекрёстками равно 1. Но некоторые проезды между перекрёстками закрыты, передвигаться можно только по белым улицам (в том числе и по внешней белой границе), проезжать по серым улицам и перекрёсткам нельзя.



Ваш автомобиль находится на отмеченном изображении автомобиля перекрёстке и движется в направлении стрелки. То есть следующий перекрёсток, на который может приехать автомобиль, находится в направлении стрелки.

Вам необходимо приехать на перекрёсток, обозначенный звёздочкой. Вы можете приехать на этот перекрёсток с любой из трёх возможных сторон.

Постройте не содержащий левых поворотов маршрут автомобиля кратчайшей длины.

Ответ необходимо записать в виде последовательности целых чисел, каждое число может принимать значение от 1 до 9. Число равно количеству кварталов (промежутков между перекрёстками), которое автомобиль проезжает в прямом направлении, затем автомобиль поворачивает направо. Например, последовательность “4 1” означает, что автомобиль проезжает 4 квартала, поворачивает направо, затем проезжает 1 квартал. В этом случае автомобиль завершит движение в правом нижнем углу карты, если он стартует в направлении стрелки.

Задачи 5, 6, 7

Задачи 5, 6, 7 совпадают с задачами 1, 2, 4 для 9-11 классов.